CEM-M0008 Estadística
Maestría en Economía
Problem Set II

La fecha límite para entregar las respuestas es el lunes 31 de Octubre
La calificación de cada problema aparece al final del mismo

1. Considera el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado n veces. Cada uno de los seis posibles números tiene la misma probabilidad de aparecer en cada lanzamiento. Sea X_i el número de veces que aparece el número i del dado en el experimento. Calcula el valor esperado de X_1 condicionado a que $X_2 = m$, donde $m \in \{1, \ldots, 6\}$. [20pts]

2. Sean X e Y dos variables aleatorias independientes con medias μ_x y μ_y, y con varianzas σ_x^2 y σ_y^2. Demuestra que

$$\mathrm{Var}[XY] = \sigma_x^2 \sigma_y^2 + \mu_y^2 \sigma_x^2 + \mu_x^2 \sigma_y^2.$$

[15pts]

3. Una compañía de seguros estima que la probabilidad de que el número de accidentes al año de cada uno de sus asegurados sea igual a $i = 0, 1, 2, \ldots$ es

$$P[X = i] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!},$$

donde el parámetro $\lambda > 0$ depende del asegurado en cuestión. La compañía estima que el parámetro λ de un asegurado escogido aleatoriamente es una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f(\lambda) = \lambda e^{-\lambda}.$$

¿Cuál es la probabilidad de que un asegurado escogido aleatoriamente tenga exactamente n accidentes el próximo año? [30pts]

4. Sea X una variable aleatoria con continua con soporte $S \subseteq \mathbb{R}$ y función de distribución $F(s)$, diferenciable para todo $s \in S$. ¿Cómo se distribuye la variable aleatoria $Y = F(X)$? [10pts]

5. Sean X_1, X_2, X_3 y X_4 variables aleatorias continuas e independientes con una función de distribución común F y sea

$$q = P[X_1 < X_2 > X_3 < X_4]$$

(a) Argumenta que el valor de q es el mismo para todas las funciones de distribución continuas F.
(b) Encuentra el valor de q integrando la función de densidad conjunta sobre la región apropiada. [25pts]